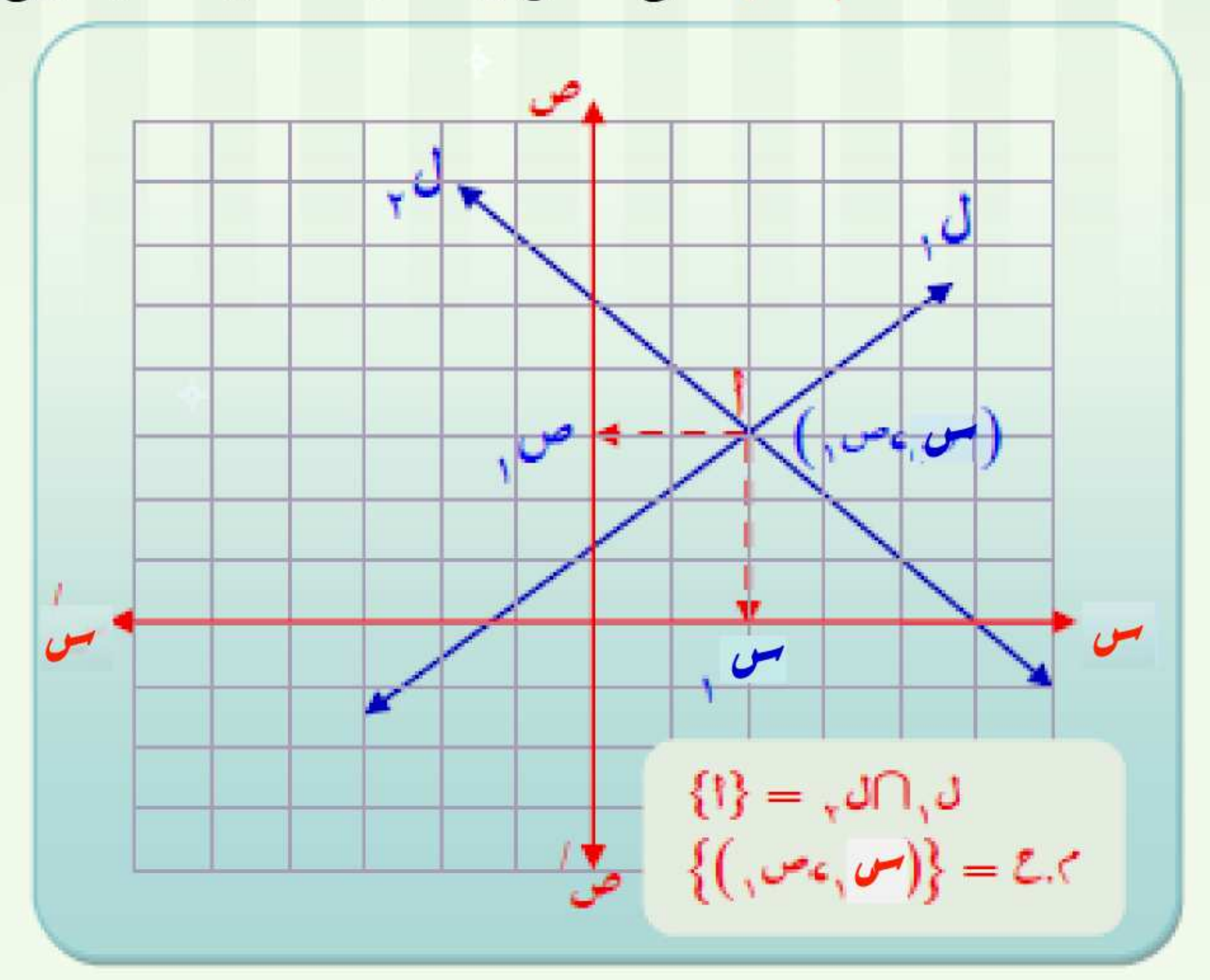




الدرس الأول: حل معادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين بيانيًا وجبريًا

أولًا: حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيًّا

لحل معادلتين من الدرجة الأولى بيانيًّا نمثل المعادلتين بيانياً بالمستقيمين $ل_١، ل_٢$ على شكل واحد فى المستوى الديكارتى



حيث: $\begin{cases} ل_١: أ_١ س + ب_١ ص = جـ_١ \\ ل_٢: أ_٢ س + ب_٢ ص = جـ_٢ \end{cases}$



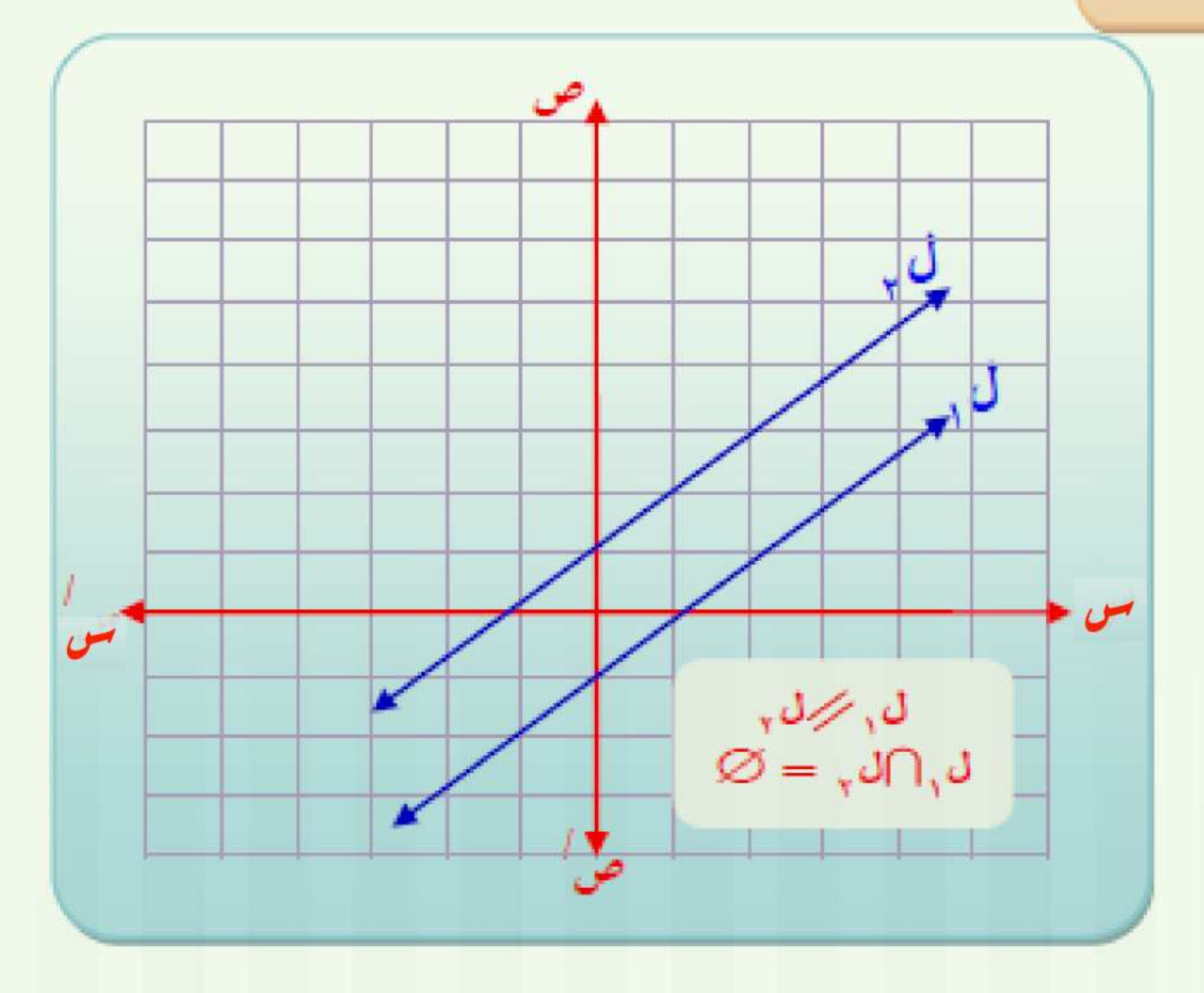
الحالة الأولى:

إذا كان $\frac{أ_١}{أ_٢} \neq \frac{ب_١}{ب_٢}$

فإن المستقيمان متقاطعان فى نقطة واحدة ويوجد للمعادلتين حل وحيد.

لاحظ أن

$\frac{أ_١}{أ_٢} \neq \frac{ب_١}{ب_٢} \Leftarrow \frac{-أ_١}{ب_١} \neq \frac{-أ_٢}{ب_٢}$ أى أن ميل $ل_١ \neq$ ميل $ل_٢$



الحالة الثانية:

إذا كان $\frac{أ_١}{أ_٢} = \frac{ب_١}{ب_٢} \neq \frac{جـ_١}{جـ_٢}$

فإن المستقيمان متوازيان

ومجموعة الحل $= \emptyset$ ، وعدد الحلول = صفر

لاحظ أن

$\frac{أ_١}{أ_٢} = \frac{ب_١}{ب_٢} \Leftarrow \frac{-أ_١}{ب_١} = \frac{-أ_٢}{ب_٢}$ أى أن ميل $ل_١ =$ ميل $ل_٢$، $\frac{ب_١}{ب_٢} \neq \frac{جـ_١}{جـ_٢} \Leftarrow \frac{جـ_١}{ب_١} \neq \frac{جـ_٢}{ب_٢}$

أى أن طول الجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم $ل_١ \neq$ طول الجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم $ل_٢$



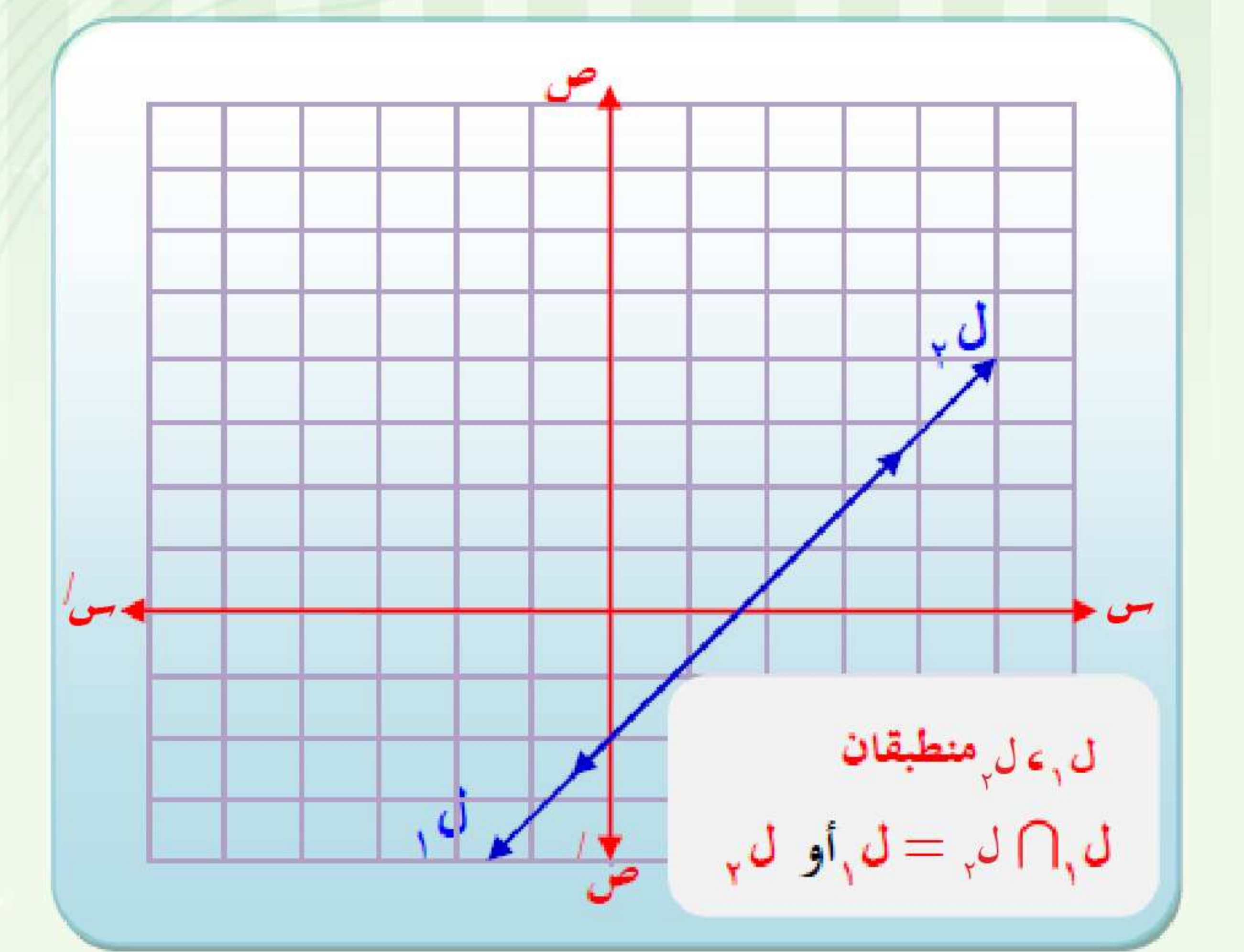




إذا كان $\frac{أ_١}{أ_٢} = \frac{ب_١}{ب_٢} = \frac{جـ_١}{جـ_٢}$

فإن المستقيمان **منطبقان**

ويوجد عدد لا نهائي من الحلول



لاحظ أن

$\frac{أ_١}{أ_٢} = \frac{ب_١}{ب_٢} \Leftarrow \frac{-أ_١}{ب_١} = \frac{-أ_٢}{ب_٢}$ أى أن ميل ل١ = ميل ل٢

$\frac{ب_١}{ب_٢} = \frac{جـ_١}{جـ_٢} \Leftarrow \frac{جـ_١}{ب_١} = \frac{جـ_٢}{ب_٢}$ أى أن:

طول الجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم ل١ = طول الجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم ل٢





ثانيًا: حل معادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين وجبريًا

يمكن حل معادلتين من الدرجة الأولى فى متغييرين جبريًا بطريقتين مختلفتين؛وهما طريقة التعويض وطريقة الحذف كما يتضح من الأمثلة الأتية:

مثال: أوجد مجموعة حل المعادلتين: ٢س + ص = ٥ (١) ، ٤س − ص = ١ (٢) في ع × ع

الحل:

أولًا: بطريقة التعويض:

(أ) نكتب أحد المتغيرين ص أو س بدلالة المتغير الآخر من المعادلة الأولى أو الثانية.

وبذلك تكون المعادلة: (١) ص = ٥ − ٢س ← (٣)

(ب) بالتعويض فى (٢)

∴ ٤س − (٥ − ٢س) = ١ ∴ ٤س − ٥ + ٢س = ١

∴ ٦س = ٥ + ١ ∴ ٦س = ٦ (بالقسمة على ٦)

∴ س = $\frac{٦}{٦}$ ∴ س = ١

(جـ) نستخدم قيمة س = ١ بالتعويض بها فى المعادلة (٣)

أى أن: ص = ٥ − ٢ × ١ ∴ ص = ٣

∴ م.ح = {(١، ٣)}

ثانيًا: بطريقة الحذف:

(أ) إعادة كتابة المعادلتين وملاحظة معامل كل من س ، ص

هكذا: ٢س + ص = ٥ ← (١)

٤س − ص = ١ ← (٢)

(ب) بجمع المعادلتين (١) ، (٢)

∵ ٦س = ٦ ∴ س = $\frac{٦}{٦}$ ∴ س = ١

(جـ) بالتعويض فى أى من المعادلتين (١) أو (٢)

بالتعويض فى (١) مثلًا:

∵ ٢ × ١ + ص = ٥ ∴ ص = ٥ − ٢

∴ ص = ٣ ∴ م.ح = {(١، ٣)}

لاحظ أن:

معامل ص فى المعادلة (١) هو المعكوس الجمعى لمعامل ص فى المعادلة (٢) ؛ لذا إذا قمنا بجمع المعادلتين ؛ فإن ذلك يؤدى إلى حذف الحدود التى تحتوى على المجهول ص.





الدرس الثانى: حل معادلتة من الدرجة الثانية فى متغير واحد بيانيًا وجبريًا



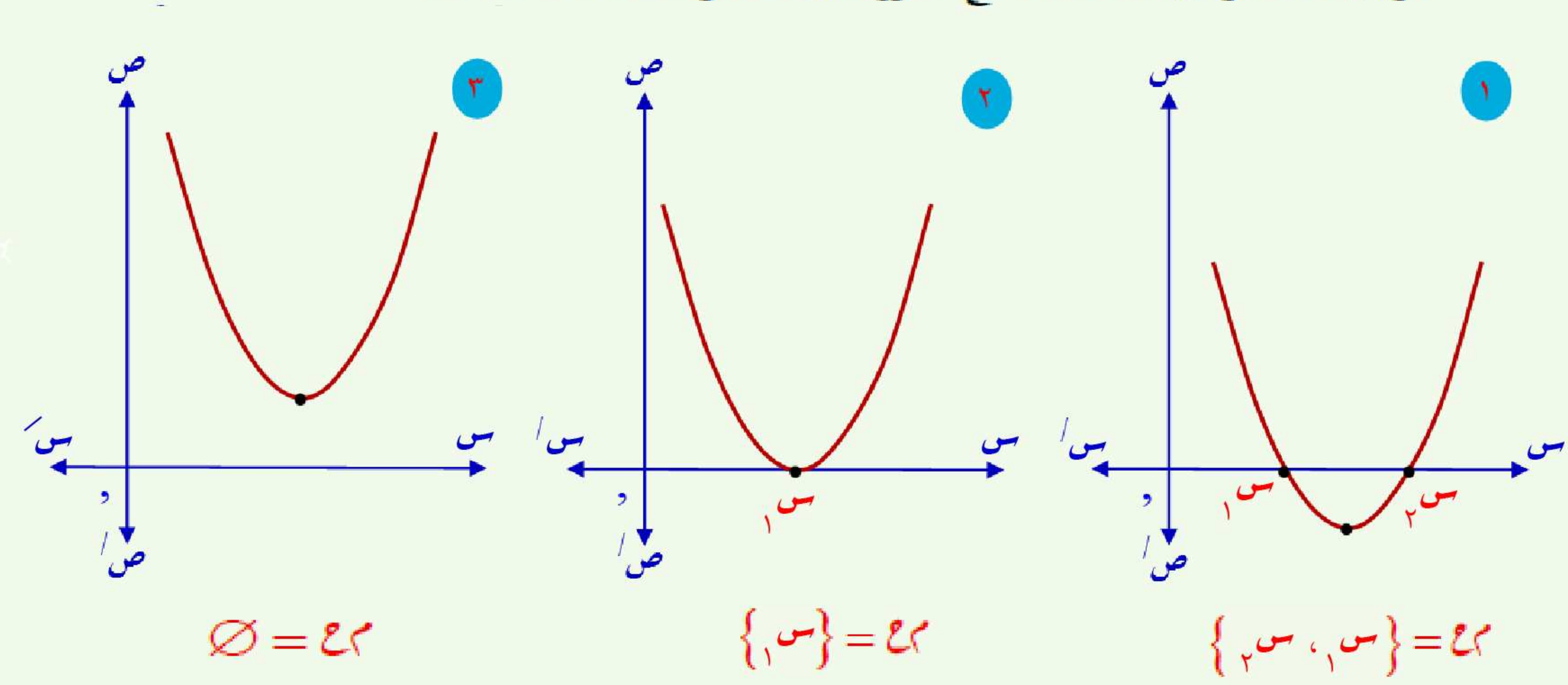
- الصورة العامة للمعادلة التربيعية (معادلة الدرجة الثانية) فى متغير واحد هى:

  ا س ^{٢} + ب س + جـ = ٠ حيث ا ∈ ح، ب ∈ ح، جـ ∈ ح، ا ≠ صفر.

- الدالة التربيعية: د حيث د (س) = ا س ^{٢} + ب س + جـ تسمى الدالة المناظرة للمعادلة:

  ا س ^{٢} + ب س + جـ = ٠ ويسمى المنحنى الممثل لهذه المعادلة بقطع مكافئ.

- حل المعادلة التربيعية بيانيًّا هو إيجاد مجموعة الإحداثيات السينية لنقاط تقاطع منحنى الدالة التربيعية المناظرة لهذه المعادلة مع محور السينات، وهناك ثلاث حالات:



ملاحظات مهمة

١ فى المعادلة ا س ^{٢} + ب س + جـ = صفر

ا يسمى معامل س ^{٢} ، ب يسمى معامل س ، جـ يسمى الحد المطلق

٢ إذا كانت د (س) = ا س ^{٢} + ب س + جـ فإن:

- الإحداثى السينى رأس المنحنى: س = $\frac{-ب}{٢ا}$ وتكون نقطة رأس المنحنى هى: $\left(\frac{-ب}{٢ا}، د\left(\frac{-ب}{٢ا}\right)\right)$
- عندما ا < ٠ فإن القيمة العظمى = د $\left(\frac{-ب}{٢ا}\right)$ ويكون المنحنى مفتوحًا لأسفل.
- عندما ا > ٠ فإن القيمة الصغرى = د $\left(\frac{-ب}{٢ا}\right)$ ويكون المنحنى مفتوحًا لأعلى.







ثانيًا: حل المعادلة التربيعية جبريًا باستخدام القانون العام:

بفرض المعادلة $أس^2 + ب س + جـ = صفر$

حيث أ معامل $س^2$، ب معامل س، جـ الحد المطلق

حيث $أ \in ح، ب \in ح، جـ \in ح، أ \neq صفر$.

يكون حل المعادلة باستخدام القانون العام:

$$س = \frac{- ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$$

معلومة إثرائية

المقدار "$ب^2 - ٤ أ جـ$" يسمى مميز المعادلة التربيعية، فإذا كان:

١ $ب^2 - ٤ أ جـ > صفر$ يوجد للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان.

٢ $ب^2 - ٤ أ جـ = صفر$ يوجد للمعادلة جذران حقيقيان متساويان (جذرمكرر مرتين)

حيث $س = \frac{- ب}{٢ أ}$، ومنحنى الدالة يمس محور السينات فى النقطة $\left(\frac{- ب}{٢ أ}، ٠\right)$.

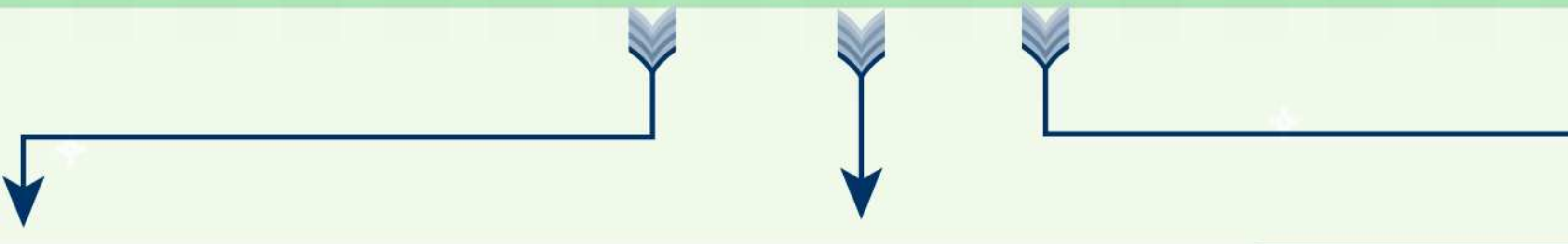
٣ $ب^2 - ٤ أ جـ < صفر$ لا يوجد للمعادلة جذور حقيقية.





الدرس الثالث: حل معادلتين فى متغيرين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية

والأن سوف نقوم بحل معادلتين فى متغيبرين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية، ويعتمد الحل على طريقة التعويض؛ ولذا سنتبع الخطوات الآتية:



- ابدأ بمعادلة الدرجة الأولى ومنها أكتب أحد المتغيرين بدلالة المتغير الآخر (س بدلالة ص أو ص بدلالة س)
- نعوض عن س بدلالة ص أو ص بدلالة س فى معادلة الدرجة الثانية ثم نحلها لإيجاد قيمة أحد المتغيرين.
- نعوض فى معادلة الدرجة الأولى لإيجاد قيمة المتغير الآخر.

مثال: أوجد في ح × ح مجموعة الحل للمعادلتين:

$س^2 + ص^2 = ١٨$ ⟵ (١) ، $ص = س + ٦$ ⟵ (٢)

الحل:

من(٢) وبالتعويض فى (١) عن قيمة ص نجد أن:

$س^2 + (س + ٦)^2 = ١٨$ $\quad$ $س^2 + س^2 + ١٢س + ٣٦ = ١٨$

$٢س^2 + ١٢س + ١٨ = ٠$ $\quad$ (÷٢)

$س^2 + ٦س + ٩ = ٠$ $\quad$ $(س + ٣)^2 = ٠$

$\therefore س + ٣ = ٠$ $\quad$ $\therefore س = -٣$ $\quad$ بالتعويض فى (٢)

$\therefore ص = -٣ + ٦$ $\quad$ $\therefore ص = ٣$ $\quad$ $\therefore م.ح = \{(-٣، ٣)\}$







الدرس الأول: مجموعة أصفار الدالة كثيرة الحدود

تعريف: إذا كانت د دالة كثيرة حدود في س فإن مجموعة قيم س التي تجعل د(س) = صفر

تسمى: مجموعة أصفار الدالة د ، ونرمز لها بالرمز ص(د)

أي أن: ص(د) = مجموعة الحل للمعادلة د(س) = صفر في ح .

ملحوظة: للحصول على أصفار الدالة د نضع د(س) = صفر ونحل المعادلة الناتجة

مثال: أوجد مجموعة أصفار كل دالة من الدوال كثيرات الحدود المعرفة بالقواعد الآتية في ح :

١) د(س) = ٥س − ١٥
٢) د(س) = $س^٢$ − ٤
٣) د(س) = $س^٢$ − ٣س + ٢
٤) د(س) = $س^٢$ + ٦س + ٩

الحل:

١) نضع د(س) = صفر
∴ ٥س − ١٥ = ٠
∴ ٥س = ١٥
∴ س = $\frac{١٥}{٥}$ = ٣
∴ ص(د) = {٣}

٢) نضع د(س) = صفر
∴ $س^٢$ − ٤ = ٠
∴ $س^٢$ = ٤
∴ س = ٢ أو س = −٢
∴ ص(د) = {٢، −٢}

٣) نضع د(س) = صفر
∴ $س^٢$ − ٣س + ٢ = ٠
∴ (س − ٢)(س − ١) = صفر
∴ س − ٢ = ٠ أو س − ١ = ٠
∴ س = ٢ أو س = ١
∴ ص(د) = {٢، ١}

٤) نضع د(س) = صفر
∴ $س^٢$ + ٦س + ٩ = ٠
∴ $(س + ٣)^٢$ = ٠
∴ س + ٣ = ٠
∴ س = −٣
∴ ص(د) = {−٣}

ملاحظات هامة:

١) إذا كان د(س) = $س^٢$ + أ حيث أ ∈ $ح^*$ فإن ص(د) = ∅ وهذه الدالة ليس لها أصفار حقيقية.
٢) إذا كان د(س) = أ حيث أ ∈ $ح^*$ فإن ص(د) = ∅ (أ أي عدد حقيقي غير الصفر).
٣) إذا كان د(س) = ٠ فإن ص(د) = ح .





الدرس الثاني: دالة الكسر الجبري

تعريف:

- الكسر الجبرى هو ناتج قسمة كثيرتى حدود وتكون كثيرة الحدود التى فى المقام لا تساوى صفرًا
- $ن(س) = \frac{د(س)}{م(س)}$ ← كثيرة حدود (البسط)، ← كثيرة حدود (المقام)، $م(س) \neq 0$
- لاحظ أن: مجال الدالة الكسرية الجبرية $= ح -$ مجموعة أصفار دالة المقام.

ملحوظة

إذا كانت $ن$ دالة كسر جبرى حيث $ن(س) = \frac{د(س)}{م(س)}$ فإن مجموعة أصفار $ن$ هى مجموعة قيم المتغير س التى تجعل $د(س) =$ صفر بشرط $م(س) \neq$ صفر

أى أن:

مجموعة أصفار دالة الكسر الجبرى = مجموعة أصفار البسط − مجموعة أصفار المقام.

المجال المشترك لكسرين جبريين أو أكثر

- إذا كان $ن_1(س)$ كسرًا جبريًا فإن:

مجال $ن_1 = ح - س_1$ (حيث $س_1$: هى مجموعة أصفار مقام $ن_1(س)$)

- إذا كان $ن_2(س)$ كسرًا جبريًا فإن:

مجال $ن_2 = ح - س_2$ (حيث $س_2$: هى مجموعة أصفار مقام $ن_2(س)$)

ويكون المجال المشترك للكسرين $= ح - (س_1 \cup س_2)$

$= ح -$ مجموعة أصفار مقامى الكسرين الجبريين.

قاعدة هامة

المجال المشترك لعدة كسور جبرية $= ح -$ مجموعة أصفار مقامات هذه الكسور.





الدرس الثالث: تساوي كسرين جبريين

أولًا: اختزال الكسر

- وضع الكسر الجبرى فى أبسط صورة يسمى باختزال الكسر الجبرى.
- الكسر الجبرى يمكن اختزاله إذا كان البسط والمقام يحتويان على عامل مشترك.
- وضع الكسر الجبرى فى أبسط صورة يعنى عدم وجود عوامل مشتركة بين بسطه ومقامه خلاف الواحد الصحيح.

مثلًا: بسط ومقام الكسر $\left(\frac{٣٠}{٣٥}\right)$ يحتويان على عامل مشترك أعلى هو ٥ $\therefore \frac{٣٠}{٣٥} = \frac{٦}{٧}$

لاحظ:
يقال: إن الكسر الجبرى فى أبسط صورة إذا كان العامل المشترك بين بسطه ومقامه هو الواحد الصحيح فقط.

خطوات اختزال الكسر الجبرى:

- خطوة(١): نحلل كلًّا من البسط والمقام تحليلًا كاملًا.
- خطوة(٢): نعين مجال الكسر الجبرى قبل حذف العوامل المشتركة بين البسط والمقام.
- خطوة(٣): نحذف العوامل المشتركة من البسط والمقام للحصول على أبسط صورة.

ثانيًا: تساوى كسرين

متى يتساوى الكسران الجبريان؟

يقال لكسرين جبريين $ن_1$، $ن_2$ إنهما متساويان إذا تحقق الشرطان الآتيان معًا:

١ مجال $ن_1$ = مجال $ن_2$

٢ تم اختزال $ن_1$، $ن_2$ إلى نفس الصورة؛ أى أن: $ن_1(س) = ن_2(س)$ لكل $س \in$ المجال المشترك

أى أن: [قاعدة $ن_1$ = قاعدة $ن_2$]





الدرس الرابع العمليات على الكسور الجبرية

أولًا: جمع وطرح الكسور الجبرية:

١) $\frac{\text{د}_١(\text{س})}{\text{د}_٢(\text{س})} + \frac{\text{د}_٣(\text{س})}{\text{د}_٢(\text{س})} = \frac{\text{د}_١(\text{س}) + \text{د}_٣(\text{س})}{\text{د}_٢(\text{س})}$

، $\frac{\text{د}_١(\text{س})}{\text{د}_٢(\text{س})} - \frac{\text{د}_٣(\text{س})}{\text{د}_٢(\text{س})} = \frac{\text{د}_١(\text{س}) - \text{د}_٣(\text{س})}{\text{د}_٢(\text{س})}$

٢) $\frac{\text{د}_١(\text{س})}{\text{د}_٢(\text{س})} + \frac{\text{د}_٣(\text{س})}{\text{د}_٤(\text{س})} = \frac{\text{د}_١(\text{س}) \times \text{د}_٤(\text{س}) + \text{د}_٣(\text{س}) \times \text{د}_٢(\text{س})}{\text{د}_٢(\text{س}) \times \text{د}_٤(\text{س})}$

، $\frac{\text{د}_١(\text{س})}{\text{د}_٢(\text{س})} - \frac{\text{د}_٣(\text{س})}{\text{د}_٤(\text{س})} = \frac{\text{د}_١(\text{س}) \times \text{د}_٤(\text{س}) - \text{د}_٣(\text{س}) \times \text{د}_٢(\text{س})}{\text{د}_٢(\text{س}) \times \text{د}_٤(\text{س})}$

خطوات جمع أو طرح كسرين جبريين

١) ترتيب حدود كل من بسط ومقام كل كسر على حدةٍ تنازليًا أو تصاعديًا حسب أُس المتغير.

٢) تحليل بسط ومقام كل كسر إن أمكن.

٣) إيجاد المجال المشترك.

٤) اختزال كل كسر على حدةٍ.

٥) توحيد المقامات.

٦) إجراء عملية الجمع أو الطرح.

٧) وضع الناتج فى أبسط صورة ممكنة.

ثانيًا: ضرب وقسمة الكسور الجبرية:

ضرب كسرين جبريين

إذا كان $\text{ن}_١$، $\text{ن}_٢$ كسرين جبريين حيث $\text{ن}_١(\text{س}) = \frac{\text{د}_١(\text{س})}{\text{د}_٢(\text{س})}$، $\text{ن}_٢(\text{س}) = \frac{\text{د}_٣(\text{س})}{\text{د}_٤(\text{س})}$

فإن: $\text{ن}_١(\text{س}) \times \text{ن}_٢(\text{س}) = \frac{\text{د}_١(\text{س})}{\text{د}_٢(\text{س})} \times \frac{\text{د}_٣(\text{س})}{\text{د}_٤(\text{س})} = \frac{\text{د}_١(\text{س}) \times \text{د}_٣(\text{س})}{\text{د}_٢(\text{س}) \times \text{د}_٤(\text{س})}$

ويكون مجال $[\text{ن}_١ \times \text{ن}_٢] = \text{ح} - \{\text{ص}(\text{د}_٢) \cup \text{ص}(\text{د}_٤)\}$





قسمة الكسور الجبرية

- **المعكوس الضربي للكسر الجبرى:**

لكل كسر جبرى $\text{ن}(\text{س}) \neq$ صفر يوجد معكوس ضربي هو مقلوب الكسر ويرمز له بالرمز $\text{ن}^{-١}(\text{س})$

فإذا كان $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}+١}{\text{س}-٣}$ فإن $\text{ن}^{-١}(\text{س}) = \frac{\text{س}-٣}{\text{س}+١}$

حيث مجال $\text{ن} = \text{ح} - \{٣\}$ ، مجال $\text{ن}^{-١} = \text{ح} - \{-١، ٣\}$

بصفة عامة

لكل كسر جبرى $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{د}_١(\text{س})}{\text{د}_٢(\text{س})}$ حيث $\text{ن}(\text{س}) \neq ٠$ يوجد معكوس ضربي يرمز له بالرمز $\text{ن}^{-١}(\text{س})$ حيث $\text{ن}^{-١}(\text{س}) = \frac{\text{د}_٢(\text{س})}{\text{د}_١(\text{س})}$،

مجال $\text{ن} = \text{ح} - \{\text{ص}(\text{د}_٢)\}$، مجال $\text{ن}^{-١} = \text{ح} - \{\text{ص}(\text{د}_١) \cup \text{ص}(\text{د}_٢)\}$

قسمة كسرين جبريين

إذا كان $\text{ن}_١، \text{ن}_٢$ كسرين جبريين حيث $\text{ن}_١(\text{س}) = \frac{\text{د}_١(\text{س})}{\text{د}_٢(\text{س})}$، $\text{ن}_٢(\text{س}) = \frac{\text{د}_٣(\text{س})}{\text{د}_٤(\text{س})}$

فإن: $\text{ن}_١(\text{س}) \div \text{ن}_٢(\text{س}) = \frac{\text{د}_١(\text{س})}{\text{د}_٢(\text{س})} \div \frac{\text{د}_٣(\text{س})}{\text{د}_٤(\text{س})} = \frac{\text{د}_١(\text{س})}{\text{د}_٢(\text{س})} \times \frac{\text{د}_٤(\text{س})}{\text{د}_٣(\text{س})}$

ويكون مجال $[\text{ن}_١ \div \text{ن}_٢]$ = المجال المشترك لكل من $\text{ن}_١، \text{ن}_٢، \text{ن}_٢^{-١}$

$= \text{ح} - \{\text{ص}(\text{د}_٢) \cup \text{ص}(\text{د}_٣) \cup \text{ص}(\text{د}_٤)\}$





الدرس الأول العمليات على الأحداث

١ **التجربة العشوائية:** هى تجربة نستطيع تحديد جميع النواتج الممكنة لها قبل إجرائها ولكن لا نستطيع تحديد أى من هذه النواتج سيتحقق فعلًا عند إجراء التجربة.

٢ **فضاء العينة (ف):** هو مجموعة جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية.

فمثلًا: فى تجربة إلقاء قطعة نقود مرة واحدة فقط وملاحظة الوجه العلوى فإن فضاء النواتج هو:

ف = {ص، ك}



حيث: ص تعنى صورة ، ك تعنى كتابة

وفى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى فإن

فضاء النواتج هو ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

٣ **الحدث:** هو مجموعة جزئية من فضاء النواتج(العينة) «ف».

وإذا رمزنا لحدث ما بالرمز أ فإن: أ $\subset$ ف

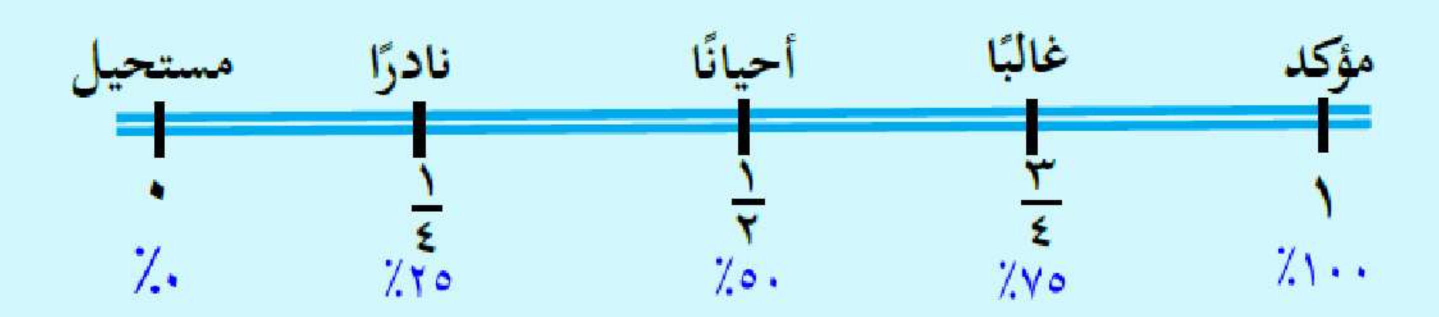
- الحدث جـ يساوى «ف» وهو يشتمل على جميع عناصر العينة؛ وهو حدث من المؤكد وقوعه لذا يسمى **الحدث المؤكد**.
- الحدث د = $\emptyset$ وهو حدث يستحيل وقوعه؛ لذا يسمى الحدث $\emptyset$ **بالحدث المستحيل**.
- وقوع الحدث: يقع الحدث إذا ظهر أى عنصر من عناصره عند إجراء التجربة.
- **احتمال وقوع الحدث:**

إذا كان أ $\subset$ ف فإن احتمال وقوع الحدث أ ويرمز له بالرمز ل(أ) هو :

$$ل(أ) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث أ}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{ن(أ)}{ن(ف)}$$

- ويمكن كتابة الاحتمال فى صورة كسر أو نسبة مئوية.

والشكل التالى يوضح إمكانية وقوع الحدث طبقًا لقيمة احتماله:

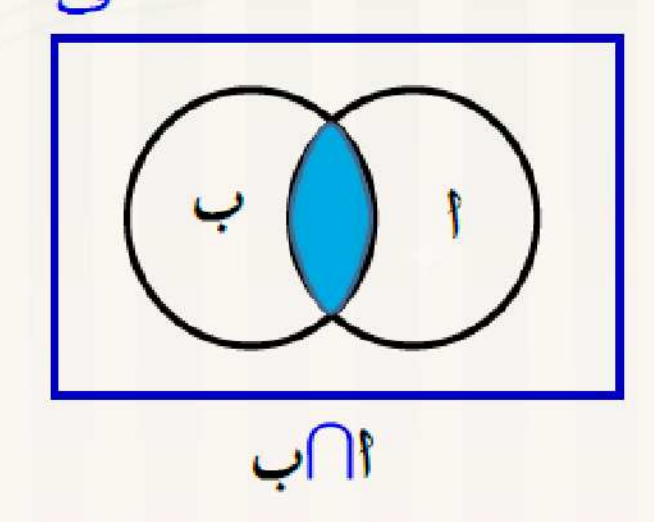






العمليات على الأحداث:

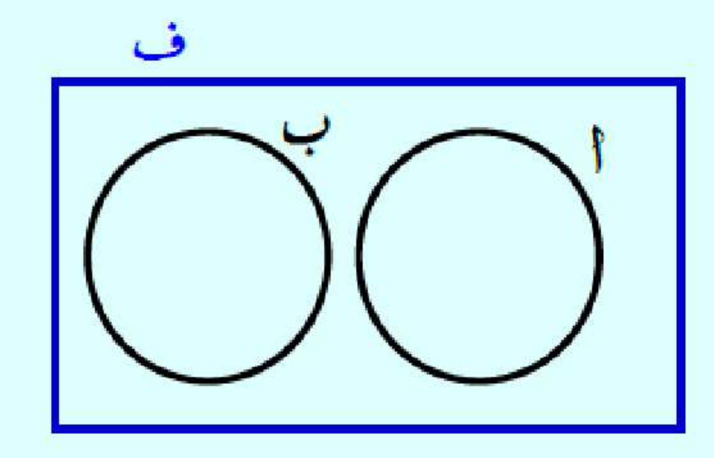
أولًا: التقاطع:



إذا كان أ، ب حدثين في فضاء العينة «ف» فإن الحدث

أ∩ب يعني حدث وقوع الحدثين أ، ب معًا.

الحدثان المتنافيان:



يقال لحدثين أ، ب من فضاء العينة لتجربة عشوائية إنهما متنافيان (مانعان) إذا كان أ∩ب = ∅

أي أن: وقوع أحدهما ينفي (يمنع) وقوع الآخر.

فمثلًا: في تجربة إلقاء حجر نرد يكون:



ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

أ = حدث ظهور عدد فردي = {١، ٣، ٥}

ب = حدث ظهور عدد زوجي = {٢، ٤، ٦}

∵ أ∩ب = ∅ ∴ أ، ب حدثان متنافيان، ويكون:

ل (أ∩ب) = ل (∅) = $\frac{\text{عدد عناصر } \emptyset}{\text{عدد عناصر ف}}$ = $\frac{\text{صفر}}{\text{عدد عناصر ف}}$ = صفر



ملحوظة

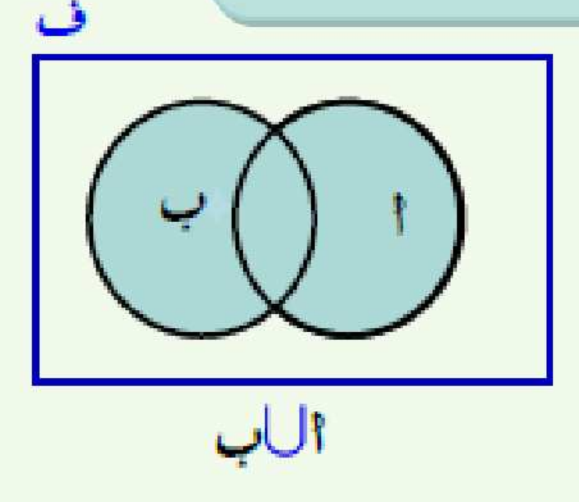
يقال لعدة أحداث: أنها متنافية إذا كانت متنافية مثنى مثنى.

لأى ثلاثة أحداث أ،ب،جـ من فضاء عينة ف

إذا كان $أ \cap ب = \varnothing$ ، $ب \cap جـ = \varnothing$ ، $أ \cap جـ = \varnothing$

فإن أ،ب،جـ أحداث متنافية.

ثانيًا: الاتحاد:



$أ \cup ب$

إذا كان أ،ب حدثين في فضاء العينة ف فإن الحدث: $أ \cup ب$ (وتقرأ أ اتحاد ب)

يعني وقوع الحدث (أ) (أو) وقوع الحدث ب أو وقوع كليهما معًا (أى قوع أحدهما على الأقل).

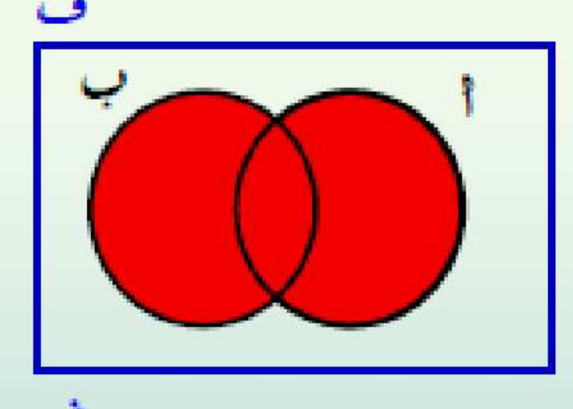
استنتاج $ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cap ب)$

حيث: $ل(أ)$ = احتمال وقوع الحدث أ ، $ل(ب)$ = احتمال وقوع الحدث ب

$ل(أ \cup ب)$ = احتمال وقوع الحدث أ أو ب أو كليهما معًا، أى وقوع أحدهما على الأقل.

$ل(أ \cap ب)$ = احتمال وقوع الحدثين أ،ب معًا.

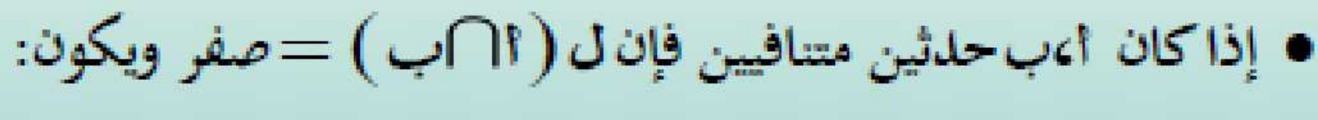
قاعدة



- لأى حدثين أ،ب من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية يكون:

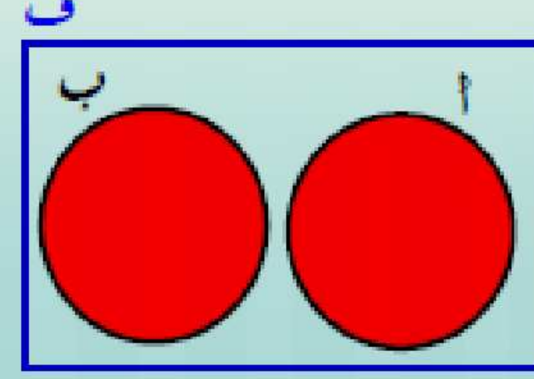
$ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cap ب)$

$ل(أ \cap ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cup ب)$

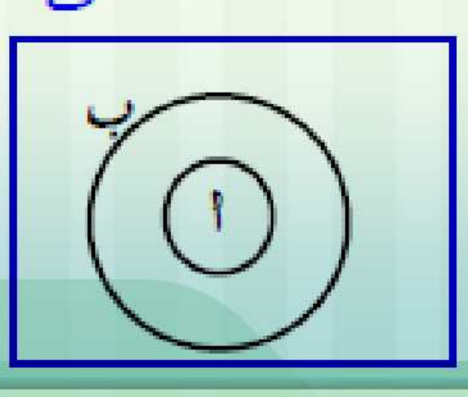


- إذا كان أ،ب حدثين متنافيين فإن $ل(أ \cap ب)$ = صفر ويكون:

$ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب)$



ملحوظة



- إذا كان $أ \subset ب$ فإن:

(أ) $ل(أ \cap ب) = ل(أ)$ (ب) $ل(أ \cup ب) = ل(ب)$

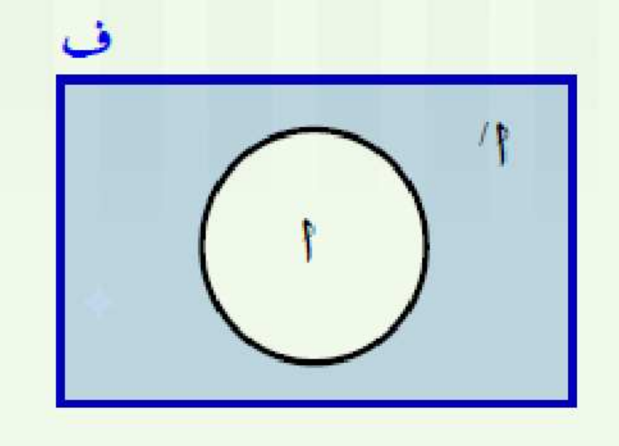




الدرس الثاني الحدث المُكمل والفرق بين حدثين



ثالثًا: الحدث المكمل:

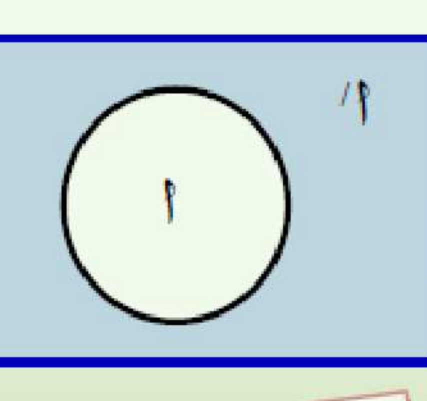


إذا كان أ ⊂ ف فإن الحدث المكمل للحدث : أ يرمز له بالرمز أ/

ويعني حدث عدم وقوع الحدث أ ويلاحظ أن:

أ ∪ أ' = ف ، أ ∩ أ' = ∅

قاعدة



لأى حدث أ من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية يكون:

أ ∩ أ' = ∅ (أ، أ/ حدثان متنافيان) ، أ ∪ أ' = ف

∴ ل (أ ∪ أ') = ل (ف)

∴ ل (أ) ∪ ل (أ') = ١

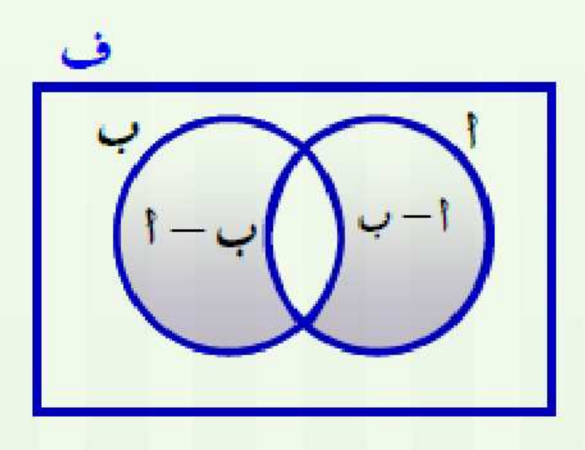
ويكون ل(أ') = ١ − ل (أ)، ل(أ) = ١ − ل (أ')

لاحظ أن:

ل (ف) = ن (ف) / ن (ف)

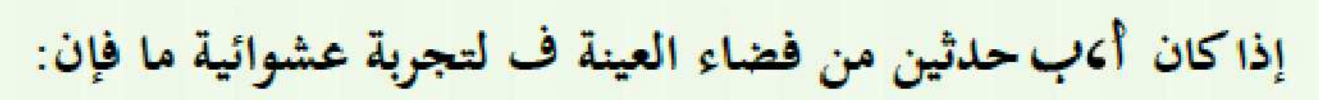
ل (ف) = ١

رابعًا: الفرق بين حدثين:



إذا كان أ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية ما فإن:

- (أ − ب) هو حدث وقوع أ وعدم وقوع ب أو وقوع أ فقط.



- (ب − أ) هو حدث وقوع ب وعدم وقوع أ أو وقوع ب فقط.







حيث أن $(أ - ب)$، $(ب - أ)$ حدثان متنافيان

$(أ - ب) \cup (أ \cap ب) = أ$ ،.

$\therefore ل \left[(أ - ب) \cup (أ \cap ب) \right] = ل(أ)$.

$\therefore ل(أ - ب) + ل(أ \cap ب) = ل(أ)$

$\therefore ل(أ - ب) = ل(أ) - ل(أ \cap ب)$

وبالمثل $ل(ب - أ) = ل(ب) - ل(أ \cap ب)$

